

Mathematical Problems of Electric Power Systems

**WEEK 5 - STEADY-STATE EQUATIONS OF POWER SYSTEMS.
NODAL EQUATIONS.**

Tajik Technical University named after academician M.S. Osimi

Lecturer

(Shohin Jurazoda)

**МУОДИЛАҲОИ РЕҶАИ
БАРҚАРОРШУДАИ СИСТЕМАИ
ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКӢ.
МУОДИЛАҲОИ ГИРЕҲӢ**

Мундариҷаи лексия:

1. Муодилаҳои речаи барқароршудаи системаи электроэнергетикӣ.
2. Муодилаҳои гирехӣ дар намуди алгебравӣ.
3. Муодилаҳои гирехӣ дар намуди матритсавӣ
4. Навишти муодилаҳои гирехӣ дар намуди системаи кутбӣ
5. Адабиёт.

Муодилаҳои речаи барқароршудаи системаи электроэнергетикӣ.

Ҳангоми ҳисоби речаи барқароршудаи СЭЭ чунин фарзияҳо ва шартҳои асосиро ба назар гирифтаан зарур аст [1]:

1. Манбаъҳо ва истеъмолкунандагони энергияи электрикӣ, ки дар гирехҳои СЭЭ пайваст шудаанд, ҳамчун ҷараёнҳои додашуда амсиласозӣ карда мешаванд ва қиммати амалкунандаи онҳо доимӣ ва ё вобаста аз шиддатҳои гирехӣ ҳисобида мешаванд. Ҳангоми ҳисоб қиммати иқтидорро (S_i) доимӣ қабул намудан мумкин аст:

$$J_i = \frac{S_i}{\sqrt{3} \cdot U_i} \quad (5.1)$$

дар ин ҷо қиммати шиддати хаттӣ истифода бурда мешавад.

Агар ҷараёнҳои J_i , аз шиддатҳои гирехӣ вобаста набошад, пас:

$$J_i = \frac{S_i}{\sqrt{3} \cdot U_{ном}} \quad (5.2)$$

Генераторҳоро инчунин дар шакли манбаи ҚЭҲ тасаввур намудан мумкин аст. Дар ҳисоби речаи барқароршудаи СЭЭ ба ин намуд амсиласозӣ намудани генераторҳо бисёр истифода бурда намешавад. Амсиласозии генераторҳо ба намуди манбаи ҚЭҲ одатан ҳангоми ҳисоби ҷараёни расиши кӯтоҳ истифода бурда мешаванд. Дар СЭЭ одатан қимматҳои стандартии шиддати номиналӣ истифода бурда мешаванд ва қимматҳои он дар шабакаҳои баландшиддат ва қабулкунакҳои электрикӣ чунин аст: 6, 10, 35, 110, 150, 220, 330, 500, 750, 1150 кВ [2].

2. Чараёнҳои додашуда барои гиреҳхое, ки дорои генераторҳо мебошанд, шартан мусбӣ (ба самти гиреҳ равона карда шудаанд) ва барои гиреҳхое, ки дорои борҳо мебошанд, манфӣ (аз гиреҳ ба самти бор равона карда шудаанд) ва ё баръакс, самти чараёнҳои додашуда дар бор – мусбӣ ва дар генератор бошад, манфӣ қабул карда мешаванд.

3. Элементҳои ғайрифазоли нақшаи бадалии СЭЭ (муқовиматҳо ва ноқилиятҳо) хаттӣ ҳисобида мешаванд, яъне тавсифи вольт-амперии онҳо хаттӣ буда аз иваз шудани қиммати чараён ва шиддат вобастагӣ надоранд.

Муодилаҳои гиреҳӣ дар намуди алгебравӣ. Ҳолати занҷири электрикӣ бо ёрии муодилаҳое, ки дар асоси қонунҳои Ом ва Кирхгоф тартиб дода шудаанд, навишта мешаванд. Шумораи муодилаҳои новобаста, вобаста ба шумораи гиреҳҳо ва шохаҳои нақшаи бадалӣ ва ё шумораҳои қуллаҳо ва теғаҳои граф муайян карда мешаванд. Шумораи муодилаҳое, ки бо ёрии қонуни якуми Кирхгоф тартиб дода мешаванд, ба шумораи теғаҳои хордаи дарахт ва шумораи муодилаҳои бо ёрии қонуни дуҷуми Кирхгоф тартиб дода шуда бошад, ба шумораи умумии хордаҳо баробар аст. Агар барои дилхоҳ гиреҳҳои нақшаи бадалӣ мувофиқи қонуни якуми Кирхгоф муодилаҳо тартиб дода шаванд ва сипас чараёнҳои шохаҳоро бо ёрии шиддатҳои гиреҳӣ (дар асоси қонуни Ом) нависем, пас муодилаҳои гиреҳиро ба даст меорем, ки он дар курси «Асосҳои назарияи электротехника» омӯхта мешавад ва усули потенциалҳои гиреҳӣ ном гирифтааст. Ин усул ҳангоми ҳисоби речаҳои барқароршудаи СЭЭ – усули шиддатҳои гиреҳӣ ном гирифтааст [3].

Барои ҳисоби речаи барқароршудаи нақшаи дар расми 3.1а овардашуда, бо истифода аз муодилаҳои гиреҳӣ графҳои онро (расми 3.1б) ба таври зерграфҳои дарахти дар расми 5.1 овардашуда, ки дар он теғаи (шохаи) чорум ихроҷ карда шудааст, дида мебароем.

Манбаҳои ҚЭҲ – ро ба чараёнҳои додашуда иваз менамоем, ки индексҳои он бо номерҳои гиреҳҳо мувофиқ меоянд.

Дар асоси қонуни якуми Кирхгоф барои гиреҳи 1 муодила тартиб медиҳем:

$$J_1 - I_1 + I_6 = 0 \quad \text{ва ё} \quad I_1 - I_6 = J_1,$$

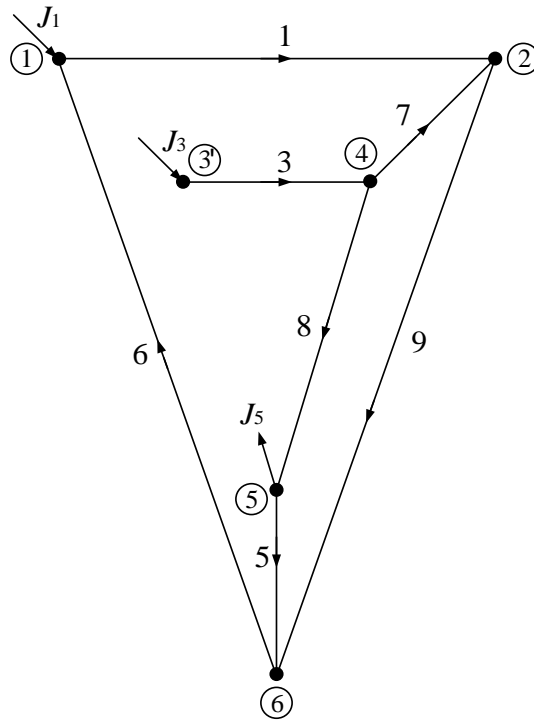
пас, бо истифода аз қонуни Ом чунин навиштан мумкин аст:

$$y_1 \cdot (U_1 - U_2) - y_6 \cdot (U_6 - U_1) = J_1,$$

аз ин ҷо, муодилаҳои гириехӣ барои гириехи 1:

$$y_{11} \cdot U_1 - y_{12} \cdot U_2 - y_{16} \cdot U_6 = J_1,$$

дар ин ҷо, $y_{11} = y_1 + y_6, y_{12} = y_1, y_{16} = y_6$.



Расми 5.1. Намунаи зерграфи дарахти СЭЭ бо ҷараёнҳои додашуда

Муодилаҳоро барои гириехҳои боқимондаи нақшаи расми 5.1 таъдил мекунем. Системаи муодилаҳои гириехиро барои нақшаи таҳқиқшаванда ба намуди зерин навиштан мумкин аст:

$$\left\{ \begin{array}{llllll} y_{11} \cdot U_1 & -y_{12} \cdot U_2 & & & & -y_{16} \cdot U_6 = J_1 \\ -y_{21} \cdot U_1 & y_{22} \cdot U_2 & & -y_{24} \cdot U_4 & & -y_{26} \cdot U_6 = 0 \\ & & y_{33} \cdot U_3 & -y_{34} \cdot U_4 & & = J_3 \\ & & & & & & & & & & & = 0 \\ & -y_{42} \cdot U_2 & -y_{43} \cdot U_3 & y_{44} \cdot U_4 & -y_{45} \cdot U_5 & & & & & & & = 0 \\ & & & & -y_{54} \cdot U_4 & y_{55} \cdot U_5 & -y_{56} \cdot U_6 & & & & & = -J_5 \\ -y_{61} \cdot U_1 & -y_{62} \cdot U_2 & & & & -y_{65} \cdot U_5 & y_{66} \cdot U_6 & & & & & = 0. \end{array} \right.$$

Ин системаи муодилаҳоро ҳал намудан ғайри имкон аст, зеро ҳар як муодилаи ин системаро ба намуди ҷойивазкунии хаттии муодилаҳои дигар

тасаввур намудан мумкин аст. Системаи муодилаҳое, ки дорои ин хусусият ҳастанд, вобастагии хаттӣ доранд. Дилхоҳ сатри ин гуна системаро ҳамчун ҷойивазкунии хаттии сатрҳои дигар дидан мумкин аст, аз ин рӯ, ҷамъи тарафи ҷаби муодилаҳо ба нол баробар аст.

Бо мақсади ҳалосӣ аз вобастагии хаттии муодилаҳо, яке аз сатрҳоро ихроҷ нам ҷудо намудан зарур аст. Сатри шашумро ихроҷ менамоем. Муодилаи гиреҳе, ки ихроҷ намудем, *гиреҳи балансӣ* (вобастагӣ) меноманд. Дар натиҷаи ихроҷ намудани яке аз муодилаҳо, системаи муодилаҳоеро ба даст меорем, ки дорои панҷ муодила ва шаш номуйянӣ мебошад. Ин гуна системаи муодилаҳо дорои ҳалҳои бешумор мебошанд. Барои ба даст овардани ҳалли ягона система бояд дорои панҷ муодила ва панҷ номуйянӣ мебошад. Барои ин бояд қиммати яке аз тағйирёбандаҳо (шиддат дар яке аз гиреҳҳо) дода шуда бошад. Гиреҳе, ки шиддати он дода шудааст, гиреҳи базавӣ меноманд. Функсияи гиреҳҳои базавӣ ва балансӣ одатан якхела мебошанд. Бузургие, ки ба гиреҳи базавӣ таллуқ дорад, бо индекси ҳариф Б ишора менамоем.

Ба сифати гиреҳи балансӣ одатан гиреҳе интиҳоб крада мешавад, ки дорои манбаи бузургии энергияи электрикӣ (нерӯгоҳ ва ё зеристгоҳи бузург) мебошанд ва он дорои захираи кофӣ барои нигоҳ доштани тавозуни иқтидорҳо дар гиреҳҳои дигар бо назардошти талафот дар хатҳои интиқол ва дигар элементҳои СЭЭ мебошад. Тавсия дода мешавад, ки шиддати гиреҳи балансӣ аз шиддатҳои дигар гиреҳҳо калон бошад.

Дар намунаи овардашуда гиреҳи шашумро ба сифати гиреҳи балансӣ қабул менамоем. Аз ин лиҳоз, аз системаи муодилаҳо сатри шашумро ихроҷ менамоем ва ташкилдиҳандаҳои муодилаҳои дигарро, ки дорои шиддати гиреҳи шашум (баланси) ҳастанд ба тарфи рости муодилаҳо мегузаронем:

$$\left\{ \begin{array}{llllll} y_{11} \cdot U_1 & -y_{12} \cdot U_2 & & & & = J_1 + y_{16} \cdot U_6 \\ -y_{21} \cdot U_1 & y_{22} \cdot U_2 & & -y_{24} \cdot U_4 & & = y_{26} \cdot U_6 \\ & & y_{33} \cdot U_3 & -y_{34} \cdot U_4 & & = J_3 \\ & -y_{42} \cdot U_2 & -y_{43} \cdot U_3 & y_{44} \cdot U_4 & -y_{45} \cdot U_5 & = 0 \\ & & & -y_{54} \cdot U_4 & y_{55} \cdot U_5 & = -J_5 + y_{56} \cdot U_6. \end{array} \right.$$

дар ин чо n – шумораи ҳамаи гиреҳҳои шабака бе назардошти гиреҳи баланси мебошад. Чараёни J_i бо ёрии ифодаи (5.2) муайян намудан мумкин аст.

Дар тарафи рости муодилаи (5.4) ҷамъшавандаи $Y_{iB} \cdot U_B$ доимо мусбӣ мебошад ва танҳо дар муодилаҳои гиреҳҳои вучуд дорад, ки новобаста ба гиреҳи баланси пайвасти мебошанд. Системаи муодилаҳои гиреҳии хаттии (5.4) дар амалия кам истифода бурда мешавад, зеро барои чараёнҳои додасудаи J_i кунчи лағжиши онҳо дар фаза нисбат ба кунчи гиреҳи баланси доништан зарур аст. Дар СЭЭ одатан ченкунии кунҷҳои байниҳамдигарии чараёнҳо дар гиреҳҳо гузаронида намешавад. Муодилаҳои гиреҳии хаттӣ дар ҳисобҳои тақрибии шабакаҳои электрикӣ истифода бурда мешаванд. Одатан ҳангоми ин гуна ҳисобҳо маълум аст, ки кунҷҳои байнибайниҳамдигарии векторҳои чараёни шабака бениҳоят хурд аст ва онро ба назар гирифтани ҳам мумкин аст.

Барои ҳисоби саҳеҳи шабакаҳои электрикӣ муодилаҳои гиреҳии ғайрихаттӣ истифода бурда мешаванд, ки танҳо қисми рости онҳо аз системаи муодилаҳои (5.4) фарқ мекунанд. Дар системаи муодилаҳои ғайрихаттӣ чараёнҳои додасуда аз шиддатҳои гиреҳӣ вобаста мебошанд ва бо ёрии иқтидор ифода карда мешаванд, яъне бузургихое, ки бо ёрии асбобҳои ченкунанда муайян карда мешаванд. Системаи муодилаҳои гиреҳӣ аз ҳисоби вобастагии баръакси чараёнҳо аз шиддатҳо ғайрихаттӣ мешаванд. Дар умум, муодилаҳои ғайрихаттӣ барои i – гиреҳҳои нақшаи шабакаҳои электрикӣ намуди зеринро дорад:

$$Y_{ii} \cdot U_i - \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n Y_{ij} \cdot U_j = \frac{S_i}{\sqrt{3} \cdot U_i} J_i + Y_{iB} \cdot U_B, \quad (5.5)$$

Муодилаҳои (5.4) ва (5.5) барои шабакаҳои электрикии сефазаи симметрии дуруст аст. Дар ин муодилаҳо U_i – шиддати хаттӣ; J_i – чараёнҳои фазавӣ; S_i – иқтидорҳои гиреҳии сефазаи комплекси комапайванд мебошанд.

Баъд аз муайян намудани қиммати U_i , параметрҳои боқимондаи речаро ҳисоб намудан осон аст. Махсусан, барои шоҳаҳое, ки гиреҳҳои i ва j пайвасти мекунанд, чараёнро ба таври зайл ёфтани мумкин аст:

$$I_{ij} = y_{ij} \cdot (U_i - U_j), \quad (5.6)$$

- чараёни иқтидор дар ибтидо:

$$S_{ij}^{\text{нб}} = \sqrt{3} \cdot U_i \cdot I_{ij}, \quad (5.7)$$

- чараёни иқтидор дар интиҳо:

$$S_{ij}^{\text{нн}} = \sqrt{3} \cdot U_j \cdot I_{ij}, \quad (5.8)$$

- талафи иқтидор дар шохаҳо:

$$\Delta S_{ij} = S_{ij}^{\text{нб}} - S_{ij}^{\text{нн}} = I_{ij}^2 \cdot z_{ij} = \Delta P_{ij} + j\Delta Q_{ij}. \quad (5.9)$$

Муодилаҳои гирехӣ дар намуди матритсавӣ. Системаи муодилаҳои речаи барқароршудаи СЭЭ метавонад дорои шумораи зиёди муодилаҳо бошад, зеро шабакаҳои электрикии муосир сохти мураккаб дорад, яъне ин гуна шабакаҳо дорои садҳо ва ҳатто ҳазорҳо шохаҳо ва гирехҳо ва дахҳо ва ҳатто садҳо контурҳо мебошанд. Дар ин гуна ҳолатҳо, усули таҳқиқи матритсавии речаҳои СЭЭ аҳамияти хоса дорад [2]. Истифодабарии матритса имкон медиҳад, ки масъаларо дар шакли оддӣ ва аёнӣ нависем ва иҷрои амалиётҳои мобайнии математикӣ ба низом дарорад, ки ҳангоми ҳисобкуниҳо дар МЭХ (мошинаҳои электрони ҳисоббарор) хеле муҳим аст.

Ба сифати мисол, барои графӣ дар расми 5.1 овардашуда, системаи муодилаҳои гирехиро дар намуди матритсавӣ тартиб медиҳем:

$$\begin{bmatrix} y_{11} & -y_{12} & 0 & 0 & 0 \\ -y_{21} & y_{22} & 0 & -y_{24} & 0 \\ 0 & 0 & y_{33} & -y_{34} & 0 \\ 0 & -y_{42} & -y_{43} & y_{44} & -y_{45} \\ 0 & 0 & 0 & -y_{54} & y_{55} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 \\ 0 \\ J_3 \\ 0 \\ -J_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_{1Б} U_B \\ y_{2Б} \cdot U_B \\ 0 \\ 0 \\ y_{5Б} \cdot U_B \end{bmatrix}.$$

Системаи муодилаҳои гирехӣ ҳаттӣ дар намуди матритсавӣ дар умум намуди зеринро дорад:

$$Y \cdot U = J + I_B, \quad (5.10)$$

дар ин ҷо, Y – матритсаи ноқилиятҳои гирехӣ; $U = [U_i]$ – вектори сунунии шидатҳои гирехӣ; $J = [J_i]$ – вектори сутунии чараёнҳои додашуда; $I_B = [y_{iБ} \cdot U_B]$ – вектори чараёни гирехӣ баланси мебошанд.

Системаи муодилаҳои гиреҳии ғайрихаттӣ дар намуди матритсавӣ чунин навиштан мумкин аст:

$$Y \cdot U = \left[\frac{S_i}{\sqrt{3} \cdot U_i} \right] + I_B. \quad (5.11)$$

Фарқи байни шиддатҳоро дар дилхоҳ гиреҳи i ва шиддати гиреҳи балансиरो ҳамчун вектори сутунии зиёдшавии шиддатҳои гиреҳӣ аз шиддати базавӣ қабул менамоем:

$$U_{\Delta} = [U_i - U_B]. \quad (5.12)$$

Пас, ифодаи (5.10) ва (5.11) муттаносибан намуди зеринро мегирад:

$$Y \cdot U_{\Delta} = J, \quad (5.13)$$

$$Y \cdot U_{\Delta} = \left[\frac{S_i}{\sqrt{3} \cdot U_i} \right]. \quad (5.14)$$

Бузургиҳои комплексиरो ба ду ташкилдиханда, яъне ҳақиқӣ ва мавҳум тақсим намудан мумкин аст:

$$U_{\Delta} = U'_{\Delta} + jU''_{\Delta}, \quad (5.15)$$

$$J = J' + jJ'' = \left[\operatorname{Re} \left(\frac{S_i}{\sqrt{3} \cdot U_i} \right) \right] + j \left[\operatorname{Im} \left(\frac{S_i}{\sqrt{3} \cdot U_i} \right) \right], \quad (5.16)$$

$$Y = G - jB, \quad (5.17)$$

дар ин ҷо,

$$G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{21} & \cdots & g_{n1} \\ g_{12} & g_{22} & \cdots & g_{n2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ g_{1n} & g_{2n} & \cdots & g_{nn} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{21} & \cdots & b_{n1} \\ b_{12} & b_{22} & \cdots & b_{n2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{1n} & b_{2n} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix}.$$

Пас, системаи муодилаҳои гиреҳӣ нисбат ба векторҳои ташкилдихандаҳои ҳақиқии фарқи шиддатҳо U'_{Δ} ва U''_{Δ} ба намуди зерин навиштан мумкин аст:

$$\begin{bmatrix} -B & G \\ G & B \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U' \\ U'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J' \\ J'' \end{bmatrix}. \quad (5.18)$$

Ин системаи муодилаҳои гиреҳии ҳақиқӣ мебошад, ки дар системаи координатии росткунча бо ёрии таҷзия намудани вектори U_B ба ташкилдихандаҳои ортогоналӣ навишта шудааст. Гузариш ба системаи ҳақиқӣ, ки асосан бо хоҳиши даст кашидан аз амалиётҳо бо миқдорҳои комплексӣ вобаста аст, боиси ду баробар зиёд шудани шумораи муодилаҳо ва номаълумҳо мегардад.

Навишти муодилаҳои гиреҳӣ дар намуди системаи қутбӣ. Ҳангоми навишти муодилаҳои гиреҳӣ дар системаи координатаи қутбӣ ба сифати номуайяниҳо модули шиддатҳои гиреҳӣ U_i ва фазаи онҳо δ_i нисбат ба шиддати гиреҳи баланси қабул карда мешаванд. Системаи муодилаҳои гиреҳии ғайрихаттиро дар системаи координатаи қутбӣ менависем. Ба муодилаи (5.5) шиддати комплекси комапайванди U_i – ро зарб зада, чамъшавандаҳои тарафи ростии муодила, ки аз шиддати U_B вобаста аст, ба тарафи чапи муодила мегузaronем ва онро ба зери аломати сумма бо рақами $n + 1$ ворид менамоем. Дар натиҷа намуди навишти зерини муодилаи ғайрихаттиро ҳосил мекунем

$$y_{ij} \cdot U_i \cdot U_i^* - \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n+1} y_{ij} \cdot U_j \cdot U_i^* = \frac{S_i^*}{\sqrt{3}}. \quad (5.19)$$

Шиддатҳои комплекси дар шакли тригонометрӣ тасаввур менамоем, аммо ноқилият ва иқтидори пурраи гиреҳро бошад, дар намуди суммаи ташкилдихандаҳои фаъол ва ғайрифавол:

$$U_i = U_i \cdot e^{j\delta_i} = U_i \cdot (\cos \delta_i + j \sin \delta_i), \quad (5.20)$$

$$y_{ij} = g_{ij} - jb_{ij}, \quad (5.21)$$

$$S_i = P_i + jQ_i. \quad (5.22)$$

Муодилаҳои (5.20) – (5.22) – ро ба муодилаи (5.19) мегузorem ва табдилдиҳиҳои математикии мувофиқро иҷро намуда, барои гиреҳҳои новобастаи шабакаи электрикӣ $i = 1, \dots, n$, муодилаҳои ҳақиқиро дар системаи координатии қутбӣ ба даст меорем:

$$U_i^2 \cdot g_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n+1} U_i \cdot U_j \cdot [g_{ij} \cdot \cos(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \cdot \sin(\delta_i - \delta_j)] = \frac{P_i}{\sqrt{3}}, \quad (6.22)$$

$$U_i^2 \cdot b_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n+1} U_i \cdot U_j \cdot [g_{ij} \cdot \sin(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \cdot \cos(\delta_i - \delta_j)] = \frac{Q_i}{\sqrt{3}}. \quad (6.23)$$

Ҳангоми таҳқиқи речаи кори СЭЭ, ки дорои гиреҳҳои генератор мебошанд, навишти мудилахои гиреҳӣ дар намуди системаи кутбии координатаҳо хеле қулай мебошад. Дар гиреҳҳои генераторӣ, одатан, ба ҷои иқтидори ғайрифазол, модулиҳои шиддат дода мешаванд. Аз ин лиҳоз, системаи мудилахои гиреҳӣ дар намуди кутбӣ ранги камтар нисбат намуди навишт дар системаи координатаи росткунҷагӣ доро мебошанд. *Ранги матритса* – ин калонтарин тартиби минори матритса мебошад, ки ба нол баорбар нест. *Минори матритсаи A* – ин муайянкунандаест, ки аз элементҳои матритсаи A тартиб дода шудааст ва дар нуктаи буриши сатр ва сутуни интихобшудаи матритсаи A ҷойгир шудааст, ки рақами он шартҳои $i_1 < i_2 < \dots < i_n; j_1 < j_2 < \dots < j_n$ – ро иҷро менамояд.

Адабиёт

1. Веников В.А. Математические задачи электроэнергетики: Учебник для студентов вузов / В.А. Веников, Э.Н. Зуев, И.В. Литкенс и др., под ред. В.А. Веникова – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. школа, 1981. – 288 с.
2. Справочник по проектированию электрических сетей / под ред. Д.Л. Файбисовича. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: ЭНАС, 2012. – 376 с.: ил.
3. Филяев К.Ю. Математические задачи энергетики: Учебно-методический комплекс / К.Ю. Филяев – Челябинск: 2005. – 212 с.