

Mathematical Problems of Electric Power Systems

WEEK 6 - LOOP (MESH) EQUATIONS.

Tajik Technical University named after academician M.S. Osimi

Lecturer

(Shohin Jurazoda)

МУОДИЛАҶОИ КОНТУРӢ

Мундариҷаи лексия:

1. Муодилаҳои контурӣ.
2. Намунаи ҳисоб бо усули ҷараёнҳои контурӣ.
3. Адабиёт.

Муодилаҳои контурӣ. Дар муодилаҳои контуриё, ки мувофиқи қонуни дуоми Кирхгоф тартиб дода мешаванд, ҷараёнҳои контурӣ ҳамчун номаълум қабул карда мешаванд. Ҳангоми истифодабарии ин усул чунин қабул карда мешавад, ки дар ҳар як контури алоҳидаи нақшаи бадалӣ ҷараёни контурии мустақили худаш ҷорӣ мешавад.

Қиматҳои ҷараёни контурӣ дар асоси ҳалли системаи муодилаҳои контурӣ ҳисоб карда мешаванд. Ҷараёнҳо дар шохаҳои шабакаи электрикӣ, ки барои ду ва ё зиёда контурҳои нақшаи бадалии шабакаи электрикӣ тааллуқдоранд, тавассути ҷамъ ва тарҳ намудани ҷараёнҳои контурии дахлдор муайян карда мешаванд. Ҳангоми муайян будани шиддат дар яке аз гиреҳҳо ва маълум будани ҷараёнҳо дар шохаҳо, шиддатро дар гиреҳҳои боқимондаи шабака ба осонӣ муайян намудан мумкин аст.

Муодилаҳои контурӣ барои контурҳои новобаста тартиб дода мешаванд, ки шумораи онҳоро аз r -и формулаи зерин муайян намудан мумкин аст:

$$k = m - n + 1 \quad (6.1)$$

дар ин ҷо, m – шумораи шохаҳои нақшаи бадалӣ ва n – шумораи гиреҳҳои шабака мебошанд.

Маълум аст, ки СЭЭ – и муосир дорои шумораи зиёди гиреҳҳо ва шохаҳо мебошанд, аз ин рӯ, барои шабакаҳои электрикии мураккаб ҳисоби речаи барқароршуда бо усули ҷараёнҳои контурӣ бо истифода аз мошинаҳои электрони ҳисоббарор (МЭХ) амалӣ карда мешавад. Дар ин ҳолат барои навишти муодилаҳои контурӣ аз назарияи графҳо истифода мебаранд, ки дар асоси матритсаҳои якум ва дуоми воқеа муодилаҳои контурӣ татиб дода мешаванд. Ҳамит тариқ, муодилаҳои контурӣ барои дилхоҳ шабакаи

электрикӣ, ки дорои гиреҳ ва шохаҳои зиёд мебошанд, ба таври зайл муайян карда мешаванд:

$$Z_K \cdot \dot{I}_K = \dot{E}_K - N \cdot Z_{III} \cdot \begin{bmatrix} M_\alpha^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot J. \quad (6.2)$$

дар ин ҷо, Z_K – матритсаи квадратии муқовиматҳои контурӣ; I_K – матритсаи сутунии ҷараёнҳои контурӣ; E_K – матритсаи сутунии КЭҲ – и контурӣ; N – матритсаи дуҷоми воқеа; Z_{III} – матритсаи диагналии муқовимати шохаҳо; M_α^{-1} – матритсаи чаппаи якуми воқеа барои зерграфи дарахт ва J – матритсаи сутунии ҷараёнҳои додасуда мебошанд.

Муодилаҳои гиреҳӣ ва контуриро ҳамчун муодилаи ҷамъбастии ҳолат дар асоси қонунҳои умумии занҷирҳои электрикӣ ҳосил намудан мумкин аст. Бо вучуди ин нишон додан мумкин аст, ки муодилаҳои гиреҳӣ ва контурӣ намудҳои қисмати муодилаи ҷамъбастии ҳолат нисбат ба ҷараён дар шохаҳо мебошанд.

Муодилаҳои контурӣ намуди соддатаринро дар ҳолати мавҷуд набудани ҷараёнҳои додасуда дар гиреҳҳо пайдо намудан мумкин аст, ки ин ба нақшаи бадалии СЭЭ, ки дар он нерӯгоҳҳои электрикӣ бо манбаъҳои КЭҲ ва борҳо бо муқовиматҳо нишон дода шудаанд, мувофиқат мекунад [1, 2, 3].

Барои нақшаи бадалии СЭЭ, ки дорои чор контурҳои новобаста мебошанд, системаи муодилаҳои контурӣ намуди зеринро дорад:

$$\begin{cases} z_{k11} \cdot I_{k1} + z_{k12} \cdot I_{k2} + z_{k13} \cdot I_{k3} + z_{k14} \cdot I_{k4} = E_{k1}, \\ z_{k21} \cdot I_{k1} + z_{k22} \cdot I_{k2} + z_{k23} \cdot I_{k3} + z_{k24} \cdot I_{k4} = E_{k2}, \\ z_{k31} \cdot I_{k1} + z_{k32} \cdot I_{k2} + z_{k33} \cdot I_{k3} + z_{k34} \cdot I_{k4} = E_{k3}, \\ z_{k41} \cdot I_{k1} + z_{k42} \cdot I_{k2} + z_{k43} \cdot I_{k3} + z_{k44} \cdot I_{k4} = E_{k4}; \end{cases} \quad (6.3)$$

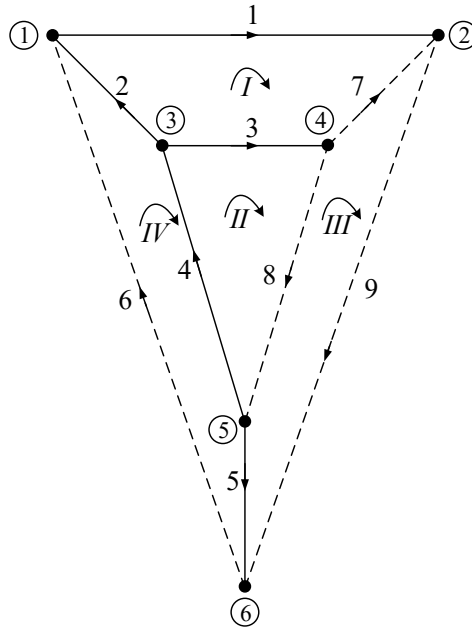
ба намуди матритсавӣ бошад [2]:

$$\begin{bmatrix} z_{k11} & z_{k12} & z_{k13} & z_{k14} \\ z_{k21} & z_{k22} & z_{k23} & z_{k24} \\ z_{k31} & z_{k32} & z_{k33} & z_{k34} \\ z_{k41} & z_{k42} & z_{k43} & z_{k44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{k1} \\ I_{k2} \\ I_{k3} \\ I_{k4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{k1} \\ E_{k2} \\ E_{k3} \\ E_{k4} \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

ва ё:

$$z_k \cdot I_k = E_k. \quad (6.5)$$

Тарзи тартиб додани матритсаи муқовиматҳои контурӣ дар мисоли нақшаи бадалии дар расми 6.1 нишондодашуда, дар лексияи 3 оварда шудааст.



Расми 6.1. Графи системаи электроэнергетикии дар расми 3.1a овардашуда

Самаранокии муқоисавии ҳалли муодилаҳои контурӣ ва гиреҳӣ дараҷаи зиёдро, ки дорои шумораи зиёди муодилаҳо мебошанд, вобаста ба шумораи онҳо муайян карда мешавад. Дар шабакаҳои барқии воқеӣ шумораи контурҳо ҳамеша аз шумораи гиреҳҳо камтар аст, ки ин боиси ба таври назаррас кам шудани андозаи системаи муодилаҳои контурӣ нисбат ба системаи муодилаҳои гиреҳӣ мегардад. Аммо, новобаста ба ин, барои ҳисобҳои речаҳои барқаргоршудаи СЭЭ муодилаҳои контурӣ бо сабабҳои зерин қариб истифода намешаванд:

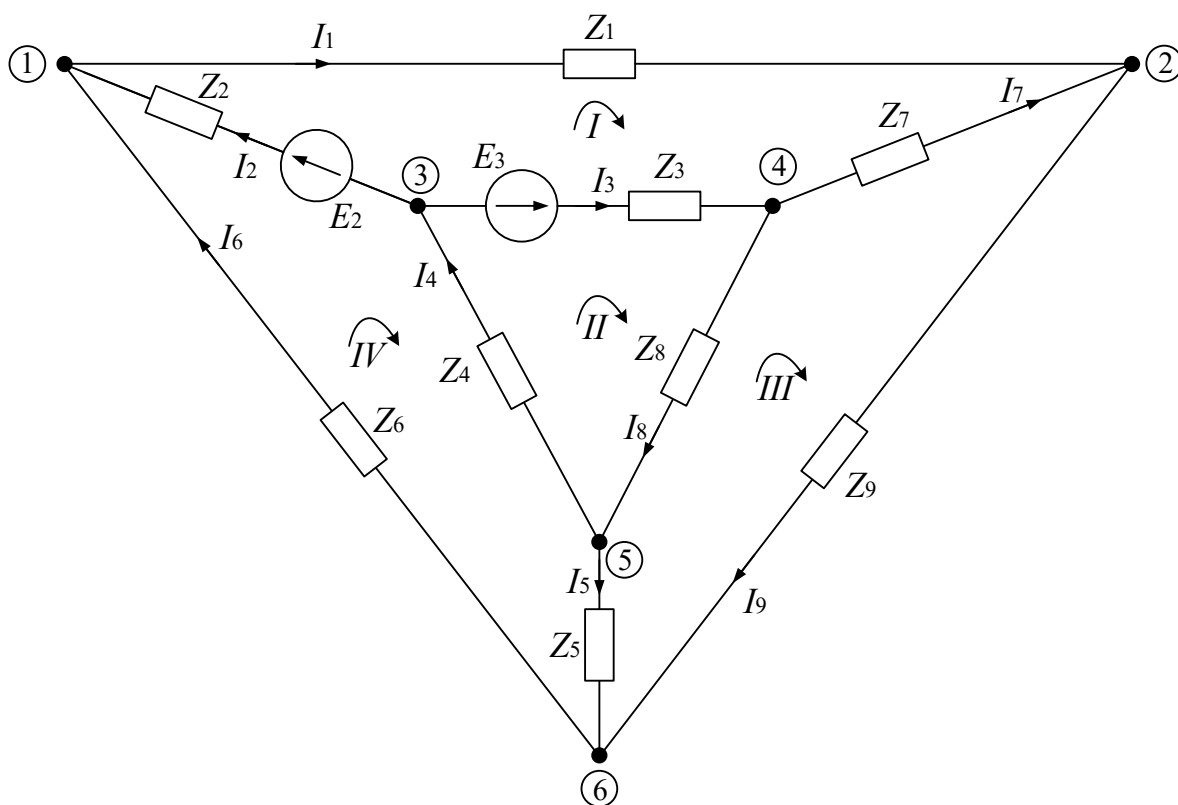
1. Системаи муодилаҳои контурӣ хаттӣ мебошад. Вақте, ки дар алгоритми ҳисоби речаҳои барқароршуда вобастагиҳои ғайрихаттии чараёнҳо аз шиддатҳои гиреҳӣ $J_i = \frac{S_i}{\sqrt{3} \cdot U_i}$ ба назар гирифта мешаванд,

шумораи номаълумҳое, ки дар системаи муодилаҳо баррасӣ мешаванд, зиёд мегардад ва афзалияти асосии он нисбат ба ҳисоби системаи муодилаҳои гиреҳӣ аз байн меравад;

2. Дар усулҳои ҳисоби речаҳои барқароршуда, ки ба истифодаи муодилаҳои контурӣ асос ёфтаанд, ҳангоми ба назар гирифтани гиреҳҳо барои собит намудани модулҳои шиддат душвориҳо ба амал меоянд.

Истифодаи муодилаҳои контурӣ метавонад дар усулҳои соддакардашудаи таҳлили речаҳои СЭЭ мақсаднок бошад. Масалан, ҳангоми ҳисоби тақсимои сели тавоноӣ вобаста ба қиматҳои номиналии шиддатҳои гиреҳӣ.

Намунаи ҳисоб бо усули ҷараёнҳои контурӣ. Истифодаи ин усулро дар занҷире, ки дорои чор контури новобаста аст, дида мебароем (расми 6.2). Фарз мекунем, ки дар контури якум, дуҷум, сеҷум ва чорум муттаносибан ҷараёнҳои контурии I_I , I_{II} , I_{III} , ва I_{IV} ҷорӣ мешавад ва самти гардиши онҳо ҳамсамти акрабаки соат бошад.



Расми 6.2. Намунаи нақшаи бадалии СЭЭ барои ҳисоб бо усули ҷараёнҳои контурӣ, ки дар он манбаи ҚЭҲ вучуд дорад

Барои ҳар як контур, мувофиқи қонуни дуҷуми Кирхгоф, муодилаҳо тартиб медиҳем. Дар ин ҳолат, дар шохаи муқовиматаш Z_2 , ки дар байни гиреҳҳои 3 ва 1 ҷойгир шудааст ва дар он ҷараёни контури якум (I_I) аз рост

(гиреҳи 3) ба чап (гиреҳи 1) қорӣ мешавад, аммо ҷараёни контури чорум (I_{IV}) баръакс аз чап (гиреҳи 1) ба рост (гиреҳи 3) қорӣ мешавад, яъне ҷараёни шоҳаи дуюмро аз рӯи формулаи $I_2 = I_I - I_{IV}$ муайян намудан мумкин аст. Самти гардиши ҳамаи контурҳо ҳамсамти ақрабаки соат равона мекунем, пас муодиларо барои контури якум аз рӯи формулаи зерин муайян намудан мумкин аст:

$$Z_1 \cdot I_I + Z_2 \cdot (I_I - I_{IV}) + Z_3 \cdot (I_I - I_{II}) + Z_7 \cdot (I_I - I_{III}) = E_2 - E_3$$

ва ё

$$(Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_7) \cdot I_I - Z_3 \cdot I_{II} - Z_7 \cdot I_{III} - Z_2 \cdot I_{IV} = E_2 - E_3 \quad (6.6)$$

Ҳамин тавр, барои ҳамаи контурҳои новобаста ба шакли зайл муодилаҳои контуриро тартиб медиҳем:

$$\begin{cases} (Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_7) \cdot I_I - Z_3 \cdot I_{II} - Z_7 \cdot I_{III} - Z_2 \cdot I_{IV} = E_2 - E_3, \\ (Z_3 + Z_4 + Z_8) \cdot I_{II} - Z_3 \cdot I_I - Z_8 \cdot I_{III} - Z_4 \cdot I_{IV} = E_3, \\ (Z_5 + Z_7 + Z_8 + Z_9) \cdot I_{III} - Z_7 \cdot I_I - Z_8 \cdot I_{II} - Z_5 \cdot I_{IV} = 0, \\ (Z_2 + Z_4 + Z_5 + Z_6) \cdot I_{IV} - Z_2 \cdot I_I - Z_4 \cdot I_{II} - Z_5 \cdot I_{III} = -E_2. \end{cases} \quad (6.7)$$

ва ё

$$\begin{cases} (Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_7) \cdot I_I - Z_3 \cdot I_{II} - Z_7 \cdot I_{III} - Z_2 \cdot I_{IV} = E_2 - E_3, \\ -Z_3 \cdot I_I + (Z_3 + Z_4 + Z_8) \cdot I_{II} - Z_8 \cdot I_{III} - Z_4 \cdot I_{IV} = E_3, \\ -Z_7 \cdot I_I - Z_8 \cdot I_{II} + (Z_5 + Z_7 + Z_8 + Z_9) \cdot I_{III} - Z_5 \cdot I_{IV} = 0, \\ -Z_2 \cdot I_I - Z_4 \cdot I_{II} - Z_5 \cdot I_{III} + (Z_2 + Z_4 + Z_5 + Z_6) \cdot I_{IV} = -E_2. \end{cases} \quad (6.8)$$

Дар ифодаи якуми системаи муодилаҳои (6.6) зарбшавандаи ҷараёни I_I – ро ҳамчун Z_{11} ишорат мекунем, ки ба суммаи муқовиматҳои контури якум баробар аст. Зарбшавандаи ҷараёни контурӣ дуюм I_{II} – ро бошад, ҳамчун Z_{12} ва инчунин қисми рости баробарии ин ифодаро бо E_{11} ишорат намуда, ҳосил мекунем:

$$\begin{cases} Z_{11} \cdot I_I + Z_{12} \cdot I_{II} + Z_{13} \cdot I_{III} + Z_{14} \cdot I_{IV} = E_{11}, \\ Z_{21} \cdot I_I + Z_{22} \cdot I_{II} - Z_{23} \cdot I_{III} + Z_{24} \cdot I_{IV} = E_{22}, \\ Z_{31} \cdot I_I + Z_{32} \cdot I_{II} + Z_{33} \cdot I_{III} + Z_{34} \cdot I_{IV} = E_{33}, \\ Z_{41} \cdot I_I + Z_{42} \cdot I_{II} + Z_{43} \cdot I_{III} + Z_{44} \cdot I_{IV} = E_{44}. \end{cases} \quad (6.9)$$

дар ин ҷо, $Z_{11} = Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_7$; $Z_{22} = Z_3 + Z_4 + Z_8$; $Z_{33} = Z_5 + Z_7 + Z_8 + Z_9$ ва $Z_{44} = Z_2 + Z_4 + Z_5 + Z_6$ – муқовиматҳои хусусии занҷир ва $Z_{12} = Z_{21} = -Z_3$;

$$Z_{13} = Z_{31} = -Z_7; \quad Z_{14} = Z_{41} = -Z_2; \quad Z_{23} = Z_{32} = -Z_8; \quad Z_{24} = Z_{42} = -Z_4;$$

$$Z_{34} = Z_{43} = -Z_5 - \text{муқовиматҳои байниҳамдигарии занҷир мебошанд.}$$

Қимматҳои ҚЭХ – ҳои контурӣ ба таври зайл муайян карда мешаванд:

$$E_{11} = E_2 - E_3; \quad E_{22} = E_3; \quad E_{33} = 0; \quad E_{44} = -E_2.$$

Баъд аз ҳалли системаи муодилаҳо чараёнхоро дар шохаҳо ба таври зайл муайян мекунем:

$$\begin{cases} I_1 = I_I; \\ I_2 = I_I - I_{IV}; \\ I_3 = I_{II} - I_I; \\ I_4 = I_{II} - I_{IV}; \\ I_5 = I_{IV} - I_{III}; \\ I_6 = I_{IV}; \\ I_7 = I_{III} - I_I; \\ I_8 = I_{II} - I_{III}; \\ I_9 = I_{III}; \end{cases} \quad (6.10)$$

Дар ҳолати умумӣ гуфта метавонем, ки муқовимати шохаи омехтаи байни контурҳои k ва m (дар мисоли мо Z_3) дар ифода бо аломати « $-$ » дохил мешавад, агар самти чараёнҳои контурӣ I_{kk} ва I_{mm} дар ин шоха муқобил бошанд. Агар самтҳои ин чараёнҳо мувофиқ бошанд, дар ифода бо аломати « $+$ » дохил мешавад.

Системаи муодилаҳои (6.9) – ро ба намуди матритсавӣ ба таври зеринро навиштан мумкин аст:

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{bmatrix}; \quad [I] = \begin{bmatrix} I_I \\ I_{II} \\ I_{III} \\ I_{IV} \end{bmatrix}; \quad [E] = \begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ E_{33} \\ E_{44} \end{bmatrix}. \quad (6.11)$$

Агар дар занҷири электрикӣ дорои n контури новобаста бошад, он гоҳ шумораи муодилаҳо низ ба n баробар мешаванд.

Ҳалли умумии n системаи муодилаҳои контурӣ нисбат ба чараёни дилхоҳи контурии I_{kk} ба таври зайл муайян карда мешавад:

$$I_{kk} = E_{11} \frac{\Delta_{k1}}{\Delta} + E_{22} \frac{\Delta_{k2}}{\Delta} + E_{33} \frac{\Delta_{k3}}{\Delta} + \dots + E_{nn} \frac{\Delta_{kn}}{\Delta}; \quad (6.12)$$

дар ин чо,

$$\Delta = \begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{nn} \end{vmatrix} \quad (6.13)$$

муйянқунандаи муқовиматҳои муодилаи ҷараёни контурӣ мебошад.

Адабиёт

1. Вычислительная математика в примерах и задачах / Н.В. Копчёнова, И.А. Марон. – 2-ое изд. – СПб.: Паль, 2008. – 368 с.
2. Электрические системы. Математические задачи электроэнергетики: учебник для студентов вузов / Под ред. В. А. Веникова. - М.: Высшая школа. 1981. – 288 с.
3. Расчеты и оптимизация режимов электрических сетей и систем / В.И. Идельчик. – Изд. 2. – М.: Издательской группы URSS, 2022. – 288 с.