Mathematical Problems of Electric Power Systems

WEEK 7 - TRANSFORMED FORMS OF STATE EQUATIONS.

Tajik Technical University named after academician M.S. Osimi

Lecturer

(Shohin Jurazoda)

НАМУДҲОИ ТАБДИЛЁФТАИ МУОДИЛАҲОИ ҲОЛАТ

Мундаричаи лексия:

1. Тартиб додани муодилаҳои ҳолати занҷирҳои электрикӣ.
2. Намудҳои табдилёфтаи муодилаҳои ҳолат.
3. Адабиёт.

Тартиб додани муодилаҳои ҳолати занҷирҳои электрикӣ. Пештар дар асоси қонунҳои якум ва дуюми Кирхгоф ва қонуни Ом барои занҷирҳои электрикӣ се муодилаҳои матритсавӣ, ки алоқаи тарафайни параметрҳои реҷаи барқароршудаи системаи электрикиро тавсиф менамоянд, ҳосил шуда буданд:

муодилаи ҷамъбастии ҳолат[1, 2]:

$$A \cdot \dot{I} = \dot{F};$$

муодилаи гиреҳӣ [3, 4]:

$$Y_Г \cdot \dot{U}_\Delta = \dot{J} - M \cdot Y_Ш \cdot \dot{E};$$

муодилаи контурӣ [3, 4]:

$$Z_K \cdot \dot{I}_K = \dot{E}_K - N \cdot Z_Ш \cdot \begin{bmatrix} M_\alpha^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \dot{J}.$$

Намудҳои табдилёфтаи муодилаҳои ҳолат. Муодилаҳои гиреҳӣ ва контуриро чун муодилаи ҷамъбастии ҳолат дар асоси қонунҳои умумии занҷирҳои электрикӣ ҳосил намудан мумкин аст. Бо вуҷуди ин нишон додан мумкин аст, ки муодилаҳои гиреҳӣ ва контурӣ намудҳои қисматии муодилаи ҷамъбастии ҳолат нисбат ба ҷараён дар шохаҳо мебошанд:

$$\dot{I} = A^{-1} \cdot \dot{F} = B \cdot \dot{F} \tag{7.1}$$

дар инҷо $B=A^{-1}$ – матритсаи баръакси параметрҳои нақшаи бадалии системаи қатори m.

Чуноне ки матритсаи $\dot{F}$ дорои ду блоки ҷавобгӯ ба ҷараёни додашуда $\dot{J}$ ва ҚЭҲ – и контурӣ $\dot{E}_k$ мебошад, барои ҳамин ҳам матритсаи B – ро инчунин дар намуди ду блок - B_J ва B_E нишон додан мақсаднок мебошад:

$$\dot{I} = \begin{bmatrix} B_J & B_E \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{J} \\ \dot{E}_к \end{bmatrix} = B_J \cdot \dot{J} + B_E \cdot \dot{E}_к. \tag{7.2}$$

Аз сабабе ки $\dot{E}_k = N\dot{E}$ мебошад, онгоҳ ифода (7.2) – ро чунин навиштан мумкин аст:

$$\dot{I} = B_J \cdot \dot{J} + B_E \cdot N \cdot \dot{E}_к .$$

Ишораҳои умумиқабулшударо $B_J=C$ и $B_EN=Y$ истифода намуда, ифодаи зеринро ҳосил менамоем:

$$\dot{I} = C \cdot \dot{J} + Y \cdot \dot{E}_к . \qquad (7.3)$$

Муодилаи (7.3) нишон медиҳад, ки барои нақшаи бадалии муоинашаванда занҷири электрикии хаттӣ, ҷараёнҳо дар шохаҳо ҳамчун ҷамъи ду ташкилдиҳанда бо сабаби таъсири ҷараёнҳои додашуда ва ҚЭҲ дар шохаҳо ба вуҷуд меоянд, акси принсипи гузориши (принцип наложения) дар назарияи занҷирҳои электрикии хаттӣ маълум мебошанд.

Дар ифодаи (7.3) матритсаи C дорои m шоха ва $(n – 1)$ сутун мебошад ва матритсаи беандозавӣ ва дар ҳолати умумӣ коэффитсиентҳои комплексиро, ки байни ҷараёнҳо дар шохаҳо ва ҷараёнҳои додашуда дар гиреҳ алоқаро барқарор менамоянд, нишон медиҳад. Вобаста ба ин ин матритса коэффитсиентҳои матритсаи *тақсимотии ҷараёнҳои додашуда дар шохаҳои нақша* ном дорад.

Дар ифодаи (7.3) матритсаи Y квадратии қатори m мебошад. Элементҳои комплексии он андозаҳои ноқилиятӣ доранд ва қимматҳои ҷараёнҳо ва ҚЭҲ – ҳо дар шохаҳои нақшаро пайваст менамоянд. Ин матритса матритсаи *ноқилиятҳои содиротӣ ва тарафайни шохаҳо* ном дорад.

Барои оне ки намудҳои гуногуни дақиқи навишти муодилаи (7.3) – ро ҳосил намоем, дар намуди умумӣ матритсаи B – ро, ки ба воситаи блокҳои он матритсаҳои C ва Y ифода меёбанд, муайян намудан лозим аст. Барои ин алгоритми мурочиати матритсаро ҳангоми тақсимкунии он ба блокҳо истифода менамоем. Вобаста ба тақсимкунии ҳамаи шохаҳои нақшаи бадалӣ ба шохаҳои зерграфҳои дарахт ва хорда, матритсаи A ба чор блок тақсим шуда метавонад [1]:

$$A=\begin{bmatrix} M \\ N\cdot Z_{Ш} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} M_{\alpha} & M_{\beta} \\ N_{\alpha}\cdot Z_{Ш\alpha} & N_{\beta}\cdot Z_{Ш\beta} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \tag{7.4}$$

дар инҷо $Z_{Ш}=\begin{bmatrix} Z_{Ш\alpha} & 0 \\ 0 & Z_{Ш\beta} \end{bmatrix}$; $Z_{Ш\alpha}=diag\left(Z_{\alpha i}\right),\quad i=1,\ldots,n-1$ - матритсаи муқовиматҳои шохаҳои зерграфи дарахт; $Z_{Ш\beta}=diag\left(Z_{\beta i}\right),\quad i=1,\ldots,k$ - матритсаи муқовиматҳои хордаҳо.

Блокҳои махсус қайд кардашудаи матритса дорои чунин андозаҳо мебошанд: *A_{11} – (n – 1)· (n – 1), A_{12} – (n – 1)· k, A_{21} – k ·(n – 1)* ва *A_{22} – k · k.*
Дар ин ҳолат блокҳои $A_{11}=M_{\alpha}$ ва $A_{22}=N_{\beta}Z_{в\beta}$ матритсаҳои квадратӣ ва оддиро ифода менамоянд.

Вобаста ба қабулнамудаи тақсимоти матритсаи *A* ба блокҳо, матритсаи *B* – ро ин дар намуди чор блок бо ҳамон андозаҳо нишон додан мумкин аст:

$$B=\left[B_{J}\quad B_{E}\right]=\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix}.$$

Он гоҳ мувофиқи (5.2) ва (5.3):

$$C=\begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{21} \end{bmatrix};\quad Y=\begin{bmatrix} B_{21} \\ B_{22} \end{bmatrix}\cdot N. \tag{7.5}$$

Ифодаҳои дақиқи воридотии блокҳои матритсаи *B* – ро ба воситаи блокҳои матритсаи *A* муайян намудан мумкин аст:

$$B_{11}=\left(A_{11}-A_{12}\cdot A_{22}^{-1}\cdot A_{21}\right)^{-1}; \tag{7.6}$$

$$B_{12}=-B_{11}\cdot A_{12}\cdot A_{22}^{-1}; \tag{7.7}$$

$$B_{21}=-A_{22}^{-1}\cdot A_{21}\cdot B_{11}; \tag{7.8}$$

$$B_{22}=A_{22}^{-1}-A_{22}^{-1}\cdot A_{21}\cdot B_{12}. \tag{7.9}$$

Ифодаҳои дақиқи блокҳои матритсаи *A* – ро истифода намуда, блокҳои матритсаи *B* – ро ба воситаи параметрҳои нақшаи бадалии системаи электрикӣ мувофиқи ифодаҳои (7.6) ва (7.4) муайян намуда метавонем:

$$B_{11}=\left(M_{\alpha}-M_{\beta}\cdot\left(N_{\beta}\cdot Z_{Ш\beta}\right)^{-1}\cdot N_{\alpha}\cdot Z_{Ш\alpha}\right)^{-1}.$$

Азбаски,

$$N_{\beta}^{-1} \cdot N_{\alpha} = -M_{\beta t} \cdot M_{\alpha t}^{-1}, \qquad (7.10)$$

мебошад, онгоҳ:

$$B_{11} = \left(M_{\alpha} - M_{\beta} \cdot Z_{Ш\alpha}^{-1} \cdot M_{\beta t} \cdot M_{\alpha t}^{-1} \cdot Z_{Ш\alpha}\right)^{-1} =$$

$$= Z_{Ш\alpha}^{-1} \cdot M_{\alpha t} \cdot \left(M_{\alpha} \cdot Z_{Ш\alpha}^{-1} \cdot M_{\alpha t} + M_{\beta} \cdot Z_{Ш\beta}^{-1} \cdot M_{\beta t}\right)^{-1}.$$

Ифода дар қавсҳо матритсаи ноқилиятҳои гиреҳҳоро мефаҳмонад:

$$Y_{Г} = M \cdot Z_{Ш}^{-1} \cdot M_{t} = \begin{bmatrix} M_{\alpha} & M_{\beta} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Z_{Ш\alpha}^{-1} & 0 \\ 0 & Z_{Ш\beta}^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} M_{\alpha t} \\ M_{\beta t} \end{bmatrix} =$$

$$= M_{\alpha} \cdot Z_{Ш\alpha}^{-1} \cdot M_{\alpha t} + M_{\beta} \cdot Z_{Ш\beta}^{-1} \cdot M_{\beta t}. \qquad (7.11)$$

Ҳамин тариқ,

$$B_{11} = Z_{Ш\alpha}^{-1} \cdot M_{\alpha t} \cdot Y_{Г}^{-1}. \qquad (7.12)$$

Мувофиқ ба (7.3), (7.7) ва (7.12):

$$B_{12} = -Z_{Ш\alpha}^{-1} \cdot M_{\alpha t} \cdot Y_{Г}^{-1} \cdot M_{\beta} \cdot \left(N_{\beta} \cdot Z_{Ш\beta}\right)^{-1} =$$

$$= -Z_{Ш\alpha}^{-1} \cdot M_{\alpha t} \cdot Y_{Г}^{-1} \cdot M_{\beta} \cdot Z_{Ш\beta}^{-1} \cdot N_{\beta}^{-1}. \qquad (7.13)$$

Шабеҳан,

$$B_{21} = -\left(N_{\beta} \cdot Z_{Ш\beta}\right)^{-1} \cdot N_{\alpha} \cdot Z_{Ш\beta} \cdot Z_{Ш\alpha}^{-1} \cdot M_{\alpha t} \cdot Y_{Г}^{-1} = -Z_{Ш\beta}^{-1} \cdot N_{\beta}^{-1} \cdot N_{\alpha} \cdot M_{\alpha t} \cdot Y_{Г}^{-1}.$$

Бо назардошти ифодаи (7.10) ҳосил менамоем:

$$B_{21} = Z_{Ш\beta}^{-1} \cdot M_{\beta t} \cdot Y_{Г}^{-1}.$$

Мувофиқ ба (7.4), (7.9) ва (7.13) муайян менамоем:

$$B_{22} = \left(N_{\beta} \cdot Z_{Ш\beta}\right)^{-1} + \left(N_{\beta} \cdot Z_{Ш\beta}\right)^{-1} \cdot N_{\alpha} \cdot Z_{Ш\alpha} \cdot Z_{Ш\alpha}{}^{-1} \cdot M_{\alpha t} \cdot Y_{Г}^{-1} \cdot M_{\beta} \cdot Z_{Ш\beta}^{-1} \cdot N_{\beta}^{-1} =$$

$$= Z_{Ш\beta}^{-1} \cdot N_{\beta}^{-1} + Z_{Ш\beta}^{-1} \cdot N_{\beta}^{-1} \cdot N_{\alpha} \cdot M_{\alpha t} \cdot Y_{Г}^{-1} \cdot M_{\beta} \cdot Z_{Ш\beta}^{-1} \cdot N_{\beta}^{-1}. \qquad (7.14)$$

Бо назардошти (7.10) ҳосил менамоям:

$$B_{22} = Z_{Ш\beta}^{-1} \cdot N_{\beta}^{-1} + Z_{Ш\beta}^{-1} \cdot M_{\beta t} \cdot Y_{Г}^{-1} \cdot M_{\beta} \cdot Z_{Ш\beta}^{-1} \cdot N_{\beta}^{-1}. \qquad (7.15)$$

Ифодаҳои (7.12) ва (5.14) – ро дар ифода барои матритсаи коэффитсиенти тақсимотии ҷараёнҳои додашуда дар шохаҳо аз (7.5), ҳосил менамоем [1]:

$$C=\begin{bmatrix} Z_{Ш\alpha}^{-1} & M_{\alpha t}\cdot Y_{Г}^{-1} \\ Z_{Ш\beta}^{-1} & M_{\beta t}\cdot Y_{Г}^{-1} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} Z_{Ш\alpha}^{-1} & 0 \\ 0 & Z_{Ш\beta}^{-1} \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} M_{\alpha t} \\ M_{\beta t} \end{bmatrix}\times Y_{Г}^{-1}=Z_{Ш}^{-1}\cdot M_{t}\cdot Y_{Г}^{-1}. \qquad (7.16)$$

Ҳамин тариқ, ифодаҳои (7.13) ва (7.15) – и блокҳои B_{12} и B_{22} – ро истифода бурда, ифода барои матритсаҳои воридотӣ ва тарафайни ноқилиятҳои шохаҳоро ҳосил менамоем:

$$Y=Z_{Ш}^{-1}\cdot\begin{bmatrix} 1-M_{\alpha t}\cdot Y_{Г}^{-1}\cdot M_{\alpha}\cdot Z_{Ш\alpha}^{-1} & -M_{\alpha t}\cdot Y_{Г}^{-1}\cdot M_{\beta}\cdot Z_{Ш\beta}^{-1} \\ -M_{\beta t}\cdot Y_{Г}^{-1}\cdot M_{\alpha}\cdot Z_{Ш\alpha}^{-1} & 1-M_{\beta t}\cdot Y_{Г}^{-1}\cdot M_{\beta}\cdot Z_{Ш\beta}^{-1} \end{bmatrix}=$$

$$=Z_{Ш}^{-1}\cdot\left[\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} M_{\alpha t} \\ M_{\beta t} \end{bmatrix}\cdot Y_{Г}^{-1}\cdot\begin{bmatrix} M_{\alpha} & M_{\beta} \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} Z_{Ш\alpha}^{-1} & 0 \\ 0 & Z_{Ш\beta}^{-1} \end{bmatrix}\right].$$

Ифодаи ниҳоӣ барои матритсаи Y, формулаи зерин мебошад:

$$Y=Z_{Ш}^{-1}-Z_{Ш}^{-1}\cdot M_{t}\cdot Y_{Г}^{-1}\cdot M\cdot Z_{Ш}^{-1}. \qquad (7.17)$$

Ифодаҳои (7.16) ва (7.17), дар функсияҳои матритсаи ноқилиятии шохаҳо, дар матритсаи якуми пайвастшавӣ ва дар матритсаи ноқилиятҳои гиреҳӣ C ва Y – ро муайян менамоянд. Гуруҳи дуюми формулаҳоро барои муайянкунии блокҳои матритсаи B истифода намуда, шабоҳатан дар функсияи дуюми матритсаи пайвастшавӣ ва матритсаи муқовиматҳои контурӣ C ва Y – ро муайян намудан мумкин аст:

$$C=\begin{bmatrix} C_{\alpha} \\ C_{\beta} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} M_{\alpha}^{-1}-N_{\alpha t}\cdot Z_{К}^{-1}\cdot N_{\alpha}\cdot Z_{Ш\alpha}\cdot M_{\alpha}^{-1} \\ -N_{\beta t}\cdot Z_{К}^{-1}\cdot N_{\alpha}\cdot Z_{Ш\alpha}\cdot M_{\alpha}^{-1} \end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix} M_{\alpha}^{-1} \\ 0 \end{bmatrix}-N_{t}\cdot Z_{К}^{-1}\cdot N_{\alpha}\cdot Z_{Ш\alpha}\cdot M_{\alpha}^{-1}; \qquad (7.18)$$

$$Y=\begin{bmatrix} Y_{\alpha} \\ Y_{\beta} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} N_{\alpha t}\cdot Z_{К}^{-1}\cdot N \\ N_{\beta t}\cdot Z_{К}^{-1}\cdot N \end{bmatrix}=N_{t}\cdot Z_{К}^{-1}\cdot N. \qquad (7.19)$$

Дурустии ифодаҳои (7.16) – (7.19) – ро дар асоси таносуби байни матритсаҳои *M, C* ва *Y* санҷидан мумкин мебошад:

$$\dot{J} = M \cdot \dot{I} = M \cdot \left(C \cdot \dot{J} + Y \cdot \dot{E} \right),$$

аз инҷо бар меояд, ки

$$M \cdot C = 1; \qquad M \cdot Y = 0. \tag{7.20}$$

Ҳамин тариқ, муодилаи ҷамъкардашудаи ҳолат дар намуди (7.3), ки нисбати ҷараёнҳо дар шохаҳо ҳал карда шудааст, дар чор формула мумкин аст навишта шавад (7.16) – (7.19):

$$\dot{I} = Z_Ш^{-1} \cdot M_t \cdot Y_Г^{-1} \cdot \dot{J} + N_t \cdot Z_К^{-1} \cdot N \cdot \dot{E}. \tag{7.21}$$

Қайд кардан зарур аст, ки содда будани ин ифода танҳо дар зоҳири он мебошад, чунки барои муайян намудани матритсаҳои C ва Y иҷроиши амалиётҳои мураккаби ҳисобӣ ва табдилдиҳии матритсаҳои ноқилиятҳои гиреҳӣ ва муқовиматҳои контуриро талаб менамояд. Ифодаи (7.3) ҳамон асосе мебошад, ки намудҳои ҷузъии муодилаҳои ҳолат, аз он ҷумла муодилаҳои гиреҳӣ ва контурӣ осон ҳосил шаванд.

Дар ҳақиқат (7.3) – ро дар муодилаи зерин гузорем:

$$M_t \cdot \dot{U}_\Delta = Z_Ш \cdot \dot{I} - \dot{E}.$$

ҳосил менамоем:

$$M_t \cdot \dot{U}_\Delta = Z_Ш \left(C \cdot \dot{J} - Y \cdot \dot{E} \right) - \dot{E}.$$

Ҳар ду қисми ин муодиларо аз тарафи чап ба MZ_B^{-1} зарб намуда, ҳосил менамоем:

$$M \cdot Z_Ш^{-1} \cdot M_t \cdot \dot{U}_\Delta = M \cdot C \cdot \dot{J} + \left(M \cdot Y - M \cdot Z_Ш^{-1} \right) \cdot \dot{E}.$$

Ин муодиларо ба муодилаи гиреҳӣ табдил додан мумкин мебошад:

$$Y_Г \cdot \dot{U}_\Delta = \dot{J} - M \cdot Z_Ш^{-1} \cdot \dot{E}.$$

Ин муодиларо нисбат ба $\dot{U}_\Delta$ ҳал намуда, онро шабоҳатан ба (7.3) менависем:

$$\dot{U}_\Delta = Z_Г \cdot \dot{J} - D \cdot \dot{E}. \tag{7.22}$$

дар инҷо $Z_у = Y_у^{-1}$ – матритсаи росткунҷавии ғайриасосии қатори *(n-1)*, ки матритсаи муқовиматҳои гиреҳӣ ном дорад:

$$D = -Z_Г \cdot M \cdot Z_Ш^{-1}. \tag{7.19}$$

– матритсаии росткунҷавии дорои *(n-1)* сатр ва *m* сутунҳо, ки элементҳои комплексии беандозавии он алоқаи байни шиддати гиреҳҳо нисбати гиреҳи балансӣ ва ҚЭҲ дар шохаҳоро барқарор менамоянд. Ин матритса коэффитсиентҳои матритсаи тақсимотии ҚЭҲ – ҳои шохаҳо аз рӯйи шиддатҳои гиреҳҳо нисбат ба балансӣ ном дорад.

Аз муқоисаи ифодаҳои (7.23) ва (7.16) бар меояд:

$$D = -C_t, \tag{7.24}$$

ба шарте, ки симметрӣ будани матритсаҳои Z_y ва $Z_в$ ба назар гирифта шавад.

Барои он, ки муодилаҳои контуриро ҳосил намоем, дар ифодаи (7.3) аз ҷараёнҳо дар шохаҳо ба ҷараёнҳои контурӣ мегузарем ($\dot{I}_k = \dot{I}_\beta$):

$$C \cdot \dot{J} + Y \cdot \dot{E} = \begin{bmatrix} M_\alpha^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \dot{J} + N_t \cdot \dot{I}_K$$

ё ин ки,

$$N_t \cdot \dot{I}_K = \left(C - \begin{bmatrix} M_\alpha^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} \right) \cdot \dot{J} + Y \cdot \dot{E}. \tag{7.25}$$

Ифодаҳо барои *C* ва *Y* аз (7.19) ва (7.20) ба (7.25)гузошта, муодилаи контуриро ҳосил менамоем:

$$N_t \cdot \dot{I}_K = -N_t \cdot Z_K^{-1} \cdot N_\alpha \cdot Z_{Ш\alpha} \cdot M_\alpha^{-1} \cdot \dot{J} + N_t \cdot Z_K^{-1} \cdot N \cdot \dot{E}.$$

ё ин ки,

$$Z_K \cdot \dot{I}_K = \dot{E}_K - N_\alpha \cdot Z_{Ш\alpha} \cdot M_\alpha^{-1} \cdot \dot{J}.$$

Ин муодиларо нисбат ба ҷараёнҳои контурӣ ҳал намуда, онро шабоҳатан ба (7.3) дар намуди зерин менависем:

$$\dot{I}_к = \dot{I}_\beta = C_\beta \cdot \dot{J} + Y_\beta \cdot \dot{E} \tag{7.26}$$

дар инҷо $C_\beta = -Z_k^{-1} N_\alpha Z_{\beta\alpha} M_\alpha^{-1}$ – матритсаи росткунҷаи аз *к* сатр ва *(n-1)* сутунҳо иборат мебошад, ки элементҳои комплексии беандозавии он алоқаи байни ҷараёнҳои додашуда дар гиреҳҳои нақша ва ҷараёнҳои контуриро муайян менамояд *(N_β=1). Ин матритса коэффитсиентҳои матритсаи тақсимотии ҷараёнҳои додашуда ба хордаҳо ном дорад*;

($Y_\beta = Z_k^{-1} N$) – матритсаи росткунҷаи аз *к* сатр ва *m* сутунҳо иборат мебошад, ченаки элементҳои комплексии он ноқилият мебошад ва алоқаи байни ҷараёнҳои контурӣ *(ҳангоми $N_\beta=1$)* ва ҚЭҲ дар ҳамаи шохаҳои нақшаро муайян менамоянд. *Ин матритса матритсаи ноқилиятҳои воридотӣ ва тарафайн барои хордаҳо ном дорад.*

Адабиёт

1. Веников В.А. Математические задачи электроэнергетики: Учебник для студентов вузов / В.А. Веников, Э.Н. Зуев, И.В. Литкенс и др., под ред. В.А. Веникова – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. школа, 1981. – 288 с.

2. Филяев К.Ю. Математические задачи энергетики: Учебно-методический комплекс / К.Ю. Филяев – Челябинск: 2005. – 212 с.

3. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: учебник для бакалавров / Л.А. Бессонов. – 12-е изд., исправ. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2016. – 701 с.

4. Ҷӯраев Ш.Ҷ., Исмоилов С.Т. Электротехника (қисми 2). Занҷирҳои электрикии якфаза ва сефазаи ҷараёни синусоидалӣ. Воситаи таълимӣ – Душанбе: ДТТ ба номи академик М.С. Осимӣ, 2020 – 170 саҳ.