Лекція 12. Аналіз розв'язку задачі лінійного програмування

12.1. Аналіз розв'язку задач лінійного програмування на основі двоїстих оцінок

Аналіз розв'язку задачі лінійного програмування

$$W = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max_{x_j \geq 0 \left(j=\overline{1,n}\right)} \qquad (12.1)$$

за умови виконання обмежень

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i \left(i = \overline{1,m}\right) \qquad (12.2)$$

базується на дослідженні впливу варіації параметрів c_j, a_{ij}, b_i ($i = \overline{1,m}$, $j = \overline{1,n}$) на цей розв'язок. Такий аналіз можливо виконати із використанням наступних прийомів та способів:

1) аналізу внутрішньої структури кожного із отриманих розв'язків із використанням властивостей двоїстих оцінок;

2) співставлення варіантів розв'язків, отриманих шляхом розв'язання прямої задачі, при різних значеннях її параметрів.

Перший напрямок використовує теореми двоїстості, другий напрямок пов'язаний із так званою *параметричною оптимізацією* (*параметричне програмування*), яка базується, здебільшого, на комп'ютерному обчислювальному експерименті.

Аналіз розв'язків задачі лінійного програмування на основі двоїстих оцінок

Двоїсті оцінки слід розглядати як:

1) ***Показники дефіцитності (коштовності) ресурсів і продукції.***

Як випливає із теореми 11.2. $\hat{u}_i$ є оцінкою i-го ресурсу. Чим більше значення оцінки, тим вище дефіцитність ресурсу. Для недефіцитного ресурсу $\hat{u}_i = 0$.

2) ***Показник впливу обмежень на значення показника ефективності.***

В теоремі 11.3 було показано, що $\hat{u}_i = \dfrac{\partial W_{\max}}{\partial b_i}$, $i = \overline{1,m}$. При незначному прирості Δb_i, оцінка $\hat{u}_i$ є точною мірою впливу обмеження на показник ефективності. Для практики важливо знайти граничні значення правих частин системи обмежень-нерівностей прямої задачі (нижньої та верхньої границь), при яких величини оцінок $\hat{u}_i$ $\left(i = \overline{1,m}\right)$ залишаються незмінними.

3) ***Показники доцільності виробництва окремих видів продукції.***

Ця властивість випливає із теореми 11.2. Головний зміст цієї властивості полягає в тому, що в оптимальний план виробництва доцільно включати лише виробництво тієї j-ої продукції, для якої витрати на придбання і використання сировини не перевищують прибуток:

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij}\hat{u}_i < c_j \ \left(j=\overline{1,n}\right).$$

4) ***Інструмент співставлення сумарних умовних витрат та результатів.***

Ця властивість випливає із теореми 11.1, в якій встановлено зв'язок між екстремальними значеннями показника ефективності прямої та двоїстої задач.

Перейдемо до детального розгляду чотирьох записаних вище властивостей. З економічної інтерпретації двоїстих задач випливає, що рівність показника ефективності при оптимальних планах означає, що оцінка всіх затрат виробництва повинна дорівнювати оцінці вартості продукту, який виготовлено.

Означення 12.1. *Допустимим інтервалом стійкості двоїстих оцінок по відношенню до i-го обмеження* називають інтервал вигляду

$$\left[b_i - \Delta b_i^{\text{н}},\ b_i + \Delta b_i^{\text{в}}\right],\ i=\overline{1,m},$$

де $\Delta b_i^{\text{н}}$ – нижня границя зменшення; $\Delta b_i^{\text{в}}$ – верхня границя збільшення.

Якщо

$$b_i + \Delta b_i \in \left[b_i - \Delta b_i^{\text{н}}, b_i + \Delta b_i^{\text{в}}\right],$$

де Δb_i – зміна i-го ресурсу, то вплив Δb_i на змінення величини прибутку, обчисленого в результаті оптимізації прямої задачі лінійного програмування, можливо оцінити за виразом:

$$\Delta \hat{W}_i = \hat{u}_i \cdot \Delta b_i \ \left(i=\overline{1,m}\right). \tag{12.3}$$

При цьому сумарний вплив змінення усіх Δb_i обчислюється як сума окремих впливів.

Обчислити $\Delta b_i^{\text{н}}$ та $\Delta b_i^{\text{в}}$ можливо за формулами:

$$\Delta b_i^{\text{н}} = \min_{j=\overline{1,m_1}} \left\{\frac{\hat{x}_j}{d_{ij}}\right\},\ d_{ij} > 0 \tag{12.4}$$

та

$$\Delta b_i^{\text{в}} = \left|\max_{j=\overline{1,m_1}} \left\{\frac{\hat{x}_j}{d_{ij}}\right\}\right|,\ d_{ij} < 0, \tag{12.5}$$

де $\left\|d_{ij}\right\| = \left\|a_{ij}\right\|^{-1}$, $i=\overline{1,m_1}$, $j=\overline{1,m_1}$, m_1 – кількість базисних змінних, a_{ij} – елемент матриці A.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1m_1} & \vdots & a_{1\,m_1+1} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m_1 1} & \cdots & a_{m_1 m_1} & \vdots & a_{m_1\,m_1+1} & \cdots & a_{m_1 n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \vdots & a_{1\,m_1+1} & \cdots & a_{1n} \\ A_1 & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ & \vdots & a_{m_1\,m_1+1} & \cdots & a_{m_1 n} \end{bmatrix},$$

де $A_1 = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1m_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m_1 1} & \cdots & a_{m_1 m_1} \end{bmatrix}$ – квадратна матриця, що складається із коефіцієнтів при базисних змінних ($m_1 \le m$, де m_1 – кількість лінійно незалежних обмежень в прямій задачі лінійного програмування)

Доцільність включення до плану випуску нових видів продукції оцінюється параметром:

$$\Delta_j = \sum_{i=1}^{m} a_{ij}\hat{u}_i - c_j \;\left(j = \overline{1,n}\right). \tag{12.6}$$

Якщо $\Delta_j < 0$, то даний вид продукції після його введення до плану покращує план.

Якщо $\Delta_j > 0$, то включення продукту до плану випуску недоцільно.

Зрозуміло, що приріст прибутку за рахунок збільшення деякого ресурсу на величину Δb_i дорівнює

$$\Delta \hat{W}_i = \Delta b_i \cdot \hat{u}_i \tag{12.7}$$

і при цьому витрати на придбання ресурсу складають

$$\Delta V_i = \Delta b_i \cdot v_i, \tag{12.8}$$

де v_i – вартість одиниці i-го ресурсу.

Висновок.

Захід із придбанням ресурсу слід вважати доцільним, якщо $\Delta \hat{W}_i - \Delta V_i > 0$.

Приклад 12.1. Для виготовлення 4-х видів продукції А, Б, В, Г використовується 3 види ресурсів R_1, R_2, R_3. Наявність ресурсу, норми її витрат на виготовлення одниці продукції, питомий прибуток наведені в таблиці 12.1.

Таблиця 12.1.

Вихідні дані прямої задачі лінійного програмування

Вид ресурсу	Наявність ресурсу	Норми на виготовлення витрат одиниці продукції			
		А	Б	В	Г
R_1	240	2	1	1	3
R_2	60	1	0	2	1
R_3	300	1	2	1	0
Питомий прибуток, c_j	–	4	2	3	5

Завдання полягає в тому, щоб розв'язати пряму задачу лінійного програмування і виконати післяоптимізаційний аналіз.

Основні етапи виконання завдання полягають у наступному:

1. Знайти оптимальний розв'язок прямої та двоїстої задач $\hat{X}, \hat{U}$.

2. Визначити зміни максимального прибутку при зміні ресурсу:

$$R_1 \text{ на } \Delta b_1 = -10,$$

$$R_2 \text{ на } \Delta b_2 = 60,$$

$$R_3 \text{ на } \Delta b_3 = 30.$$

3. Оцінити доцільність введення у план випуску п'ятого виду продукції Д, якщо норми витрат ресурсів R_1, R_2, R_3 на одиницю випуску складатимуть відповідно 2, 4, 2, а питомий прибуток – $C_5 = 15$.

4. Оцінити доцільність придбання 100 одиниць ресурсу R_3 за ціною $V_3 = 0,5$.

❍**1.** 1) Постановка та розв'язок прямої та двоїстої задач лінійного програмування

$$\begin{cases} W = 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 & 5 \end{bmatrix} \cdot X \to \max\limits_{x_{1,2,3,4} \geq 0}, \\ \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot X \leq \begin{bmatrix} 240 \\ 60 \\ 300 \end{bmatrix}, \end{cases}$$

де $X = \begin{bmatrix} x_1, x_2, x_3, x_4 \end{bmatrix}^T$.

2) Двоїста задача лінійного програмування

$$\begin{cases} \tilde{W} = \begin{bmatrix} 240 & 60 & 300 \end{bmatrix} \cdot U \to \min\limits_{u_{1,2,3} \geq 0}, \\ \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot U \geq \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}, \end{cases}$$

де $U = \left[u_1, u_2, u_3\right]^T$.

3) Результат обчислення оптимального рішення за допомогою функцій Mathlab набуває вигляду:

- Прямої задачі лінійного програмування

$\hat{X} = \left[\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3, \hat{x}_4\right]^T = \begin{bmatrix} 60 & 120 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$,

$\hat{W} = 480$.

- Двоїстої задачі лінійного програмування

$\hat{U} = \left[\hat{u}_1,\ \hat{u}_2,\ \hat{u}_3\right]^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 1{,}6 & 0{,}6 & 0{,}2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$,

$\hat{W} = 480$.

Аналіз результатів розв’язку прямої задачі лінійного програмування:

а) найбільш дефіцитним є ресурс R_1, $\hat{u}_1 = 1{,}6$, найменш дефіцитним є ресурс R_3, $\hat{u}_3 = 0{,}2$;

б) обчислимо зміну максимального прибутку при зміні ресурсу.

1. Знайдемо інтервали стійкості двоїстих оцінок, тобто межі, в яких вони точно вимірюють вплив зміни обмежень на показник ефективності прямої задачі лінійного програмування.

1.1. Визначення інтервалу стійкості оцінки по відношенню до обмеження b_1, пов’язаного з першим ресурсом.

Базисними невідомими, що входять до оптимального плану є x_1, x_2, x_3, тому матриця A_1 набуває вигляду:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \left\| a_{ij} \right\|_{3\times 3}.$$

Тоді $A_1^{-1} = \left\| a_{ij} \right\|_{3\times 3}^{-1} = \left\| d_{ij} \right\|_{3\times 3}$:

$$A_1^{-1} = \begin{bmatrix} 0,8 & -0,2 & -0,4 \\ -0,2 & -0,2 & 0,6 \\ -0,4 & 0,6 & 0,2 \end{bmatrix}.$$

Знаходимо

$$\Delta b_1^{н} = \min_{j=1,2,3}\left\{\frac{60}{0,8}\right\} = 75\,,\; d_{1j} > 0\,;$$

$$\Delta b_1^{в} = \left|\max_{j=1,2,3}\left\{\frac{120}{-0,2};\frac{0}{-0,4}\right\}\right| = 0\,,\; d_{1j} < 0\,.$$

Остаточно інтервал стійкості оцінок по відношенню до першого обмеження набуває вигляду:

$$\left[b_1 - \Delta b_1^{н}, b_1 + \Delta b_1^{в}\right] = \left[240 - 75, 240 + 0\right] = \left[165, 240\right].$$

1.2. Визначаємо інтервал стійкості по відношенню до ресурсу 2:

$$\Delta b_2^{н} = \min_{j=1,2,3}\left\{\frac{0}{0,6}\right\} = 0\,,\; d_{2j} > 0;$$

$$\Delta b_2^{в} = \left|\max_{j=1,2,3}\left\{\frac{60}{-0,2};\frac{120}{-0,2}\right\}\right| = 300,\; d_{2j} < 0.$$

Остаточно:

$$\left[b_2 - \Delta b_2^{н}, b_2 + \Delta b_2^{в}\right] = \left[60 - 0, 60 + 300\right] = \left[60, 360\right].$$

1.3. Визначаємо інтервал стійкості по відношенню до ресурсу 3:

$$\Delta b_3^{н} = \min_{j=1,2,3}\left\{\frac{120}{0,6};\frac{0}{0,2}\right\} = 0,\; d_{3j} > 0;$$

$$\Delta b_3^{в} = \left|\max_{j=1,2,3}\left\{\frac{60}{-0,4}\right\}\right| = 150,\; d_{3j} < 0\,.$$

Остаточно:

$$\left[b_3 - \Delta b_3^{н}, b_3 + \Delta b_3^{в}\right] = \left[300 - 0, 300 + 150\right] = \left[300; 450\right].$$

Перевіримо, чи перебуває ресурс в межах стійкості після його зміни згідно п.2. завдання.

2. $R_1: b_1 = 240 - 10 = 230 \in \left[165, 240\right]$,

$R_2: b_2 = 60 + 60 = 120 \in \left[60, 360\right]$,

$R_3: b_3 = 300 + 30 = 330 \in \left[300, 450\right]$.

Висновки:

1) Після зміни весь ресурс перебуває в межах стійкості

2) Вплив зміни окремого ресурсу на максимальний прибуток, тобто $\Delta \hat{W}_i$ $\left(i = 1,2,3\right)$ можливо обчислити за формулою

$$\underline{\Delta \hat{W}_i = \hat{u}_i \cdot \Delta b_i \ \left(i = 1{,}2{,}3\right)},$$

$$\begin{aligned}
\Delta \hat{W}_1 &= \hat{u}_1 \cdot \Delta b_1 = 1{,}6 \cdot \left(-10\right) = -16, \\
\Delta \hat{W}_2 &= \hat{u}_2 \cdot \Delta b_2 = 0{,}6 \cdot 60 = 36, \qquad , \\
\Delta \hat{W}_3 &= \hat{u}_3 \cdot \Delta b_3 = 0{,}2 \cdot 30 = 6.
\end{aligned}$$

Сумарний вплив знаходимо як суму окремих впливів:

$$\Delta \hat{W} = -16 + 36 + 6 = 26.$$

3. Оцінимо доцільність введення у план випуску п'ятого виду продукції Д. Для цього обчислимо характеристику Δ_5:

$$\Delta_5 = \sum_{i=1}^{3} a_{i5}\hat{u}_i - C_5 = 2 \cdot 1{,}6 + 4 \cdot 0{,}6 + 2 \cdot 0{,}2 - 15 = -9 < 0$$

Висновок: прибуток перевищує витрати, тому введення у план випуску п'ятого виду продукції є вигідним.

4. Приріст ресурсу R_3 на величину $\Delta b_3 = 100$

$$b_3 = 300 + 100 = 400 \in \left[300, 450\right]$$

не виводить цей ресурс за межі стійкості, тому

$$\Delta \hat{W}_3 = \hat{u}_3 \cdot \Delta b_3 = 0{,}2 \cdot 100 = 20,$$

але витрати на придбання 100 одиниць ресурсу R_3 складатимуть:

$$\Delta V_3 = \Delta b_3 \cdot V_3 = 100 \cdot 0{,}5 = 50 > 20,$$

тобто величина додаткового прибутку менше за витрати.

Висновок: закупка ресурсу R_3 на умовах п.4 недоцільна.●

12.2. Аналіз розв'язку задачі лінійного програмування на основі використання параметричного програмування

Дослідження змінення розв'язку задачі лінійного програмування залежно від змінення параметрів математичної моделі задачі лінійного програмування є предметом *параметричного програмування* в задачі лінійного програмування. Постановка загальної задачі параметричного програмування в задачі лінійного програмування формулюється таким чином: знайти на відрізку $\left[\alpha;\beta\right]$ скінчену кількість інтервалів $I_q \subset \left[\alpha;\beta\right]$, $q = \overline{1,Q}$, $Q \in \mathbb{N}$, що містять значення параметра $t \in I_q$ $\left(q = \overline{1,Q}\right)$, для яких оптимальний розв'язок задачі лінійного програмування виду

$$W = \sum_{j=1}^{n} \left(c_j^{'} + c_j^{''} t\right) \cdot x_j \to \max_{x_j \ge 0 \left(j = \overline{1,n}\right)} \tag{12.9}$$

за умови виконання обмежень

$$\sum_{j=1}^{n}\left(a'_{ij}+a''_{ij}t\right)\cdot x_j \le b'_i+b''_i t,\ i=\overline{1,m} \tag{12.10}$$

досягається в одній і тій самій кутовій точці (вершині) області допустимих розв'язків.

Економічний зміст задачі параметричного програмування в задачі лінійного програмування полягає в тому, що з плином часу, який можливо інтерпретувати як параметр t, змінюються як вартість $c_j\left(t\right)$ одиниці j - того виробленого товару (вартість на момент виготовлення плюс вартість, пов'язана із строком збереження), так і запаси $b_i\left(t\right)$ i - того ресурсу (відбувається вихід із ладу за рахунок старіння та перебування довгий час у неробочому стані) та витрат ресурсу $a_{ij}\left(t\right)$ на виготовлення одиниці товару (наприклад, пов'язані з модернізацією виробництва).

Дамо геометричну інтерпретацію задачі параметричного програмування в задачі лінійного програмування. Розглянемо залежність від часу t лише коефіцієнтів показника ефективності. Задача параметричного програмування в задачі лінійного програмування набуває вигляду: для кожного $t\in\left[\alpha;\beta\right]$ знайти свій вектор змінних, який максимізує показник ефективності:

$$W_t=\sum_{j=1}^{n}\left(c'_j+c''_j t\right)\cdot x_j = C\left(t\right)\cdot X \to \max_{x_j\ge 0\left(j=\overline{1,n}\right)} \tag{12.11}$$

при виконанні умов:

$$\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j \le b'_i,\ i=\overline{1,m}, \tag{12.12}$$

де $C\left(t\right)=\left[c'_1+c''_1 t,\ldots,c'_n+c''_n t\right]$, $X=\left[x_1,\ldots,x_n\right]^T$.

Припустимо, що область допустимих розв'язків є опуклим багатогранником. Рівнянню $C\left(t\right)\cdot X=0$ відповідає сім'я гіперплощин, що проходять через початок координат.

Якщо параметру t надати деяке значення $t=t_1\in\left[\alpha;\beta\right]$, то гіперплощина займе фіксоване положення. Переміщення гіперплощини $C\left(t_1\right)\cdot X=W_{t_1}$ паралельно фіксованому положенню у бік збільшення W_{t_1} призведе до попадання цієї площини, наприклад, у вершину A області допустимих розв'язків (рис. 12.1).

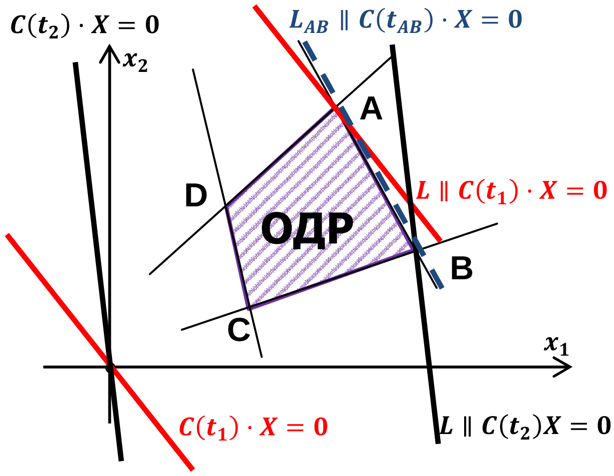

Рис. 12.1. Геометрична інтерпретація задачі параметричного програмування в задачі лінійного програмування

Змінення t в межах $t \in \left(t_{AB}, t_{AD}\right)$ залишає незмінним оптимальний розв'язок $\hat{X} = X_A$.

Якщо

$$\begin{cases} t \in \left(-\infty, t_{AB}\right) \bigcap \left[\alpha;\beta\right] \\ t_{AB} > \alpha \end{cases}$$

тобто $t \in \left[\alpha, t_{AB}\right)$, то $\hat{X} = X_B$ і т.д.

При $t = t_{AB}$ задача лінійного програмування стає виродженою. Остаточний результат розв'язання задачі параметричного програмування в задачі лінійного програмування призведе до розбиття відрізка $\left[\alpha;\beta\right]$ на кінцеве число інтервалів, в яких зміна t не призводить до зміни оптимального розв‘язку, але в послідовно розташованих інтервалах ці розв‘язки будуть різними. Методика розв'язання задачі параметричного програмування в задачі лінійного програмування із використанням стандартних процедур лінійного програмування складається з 2 етапів:

І етап – обчислення оптимального розв‘язку задачі лінійного програмування.

Параметру $t \in \left[\alpha;\beta\right]$ надається фіксоване значення. Задача параметричного програмування перетворюється в задачу лінійного програмування із фіксованими параметрами, яку розв'язують, наприклад, симплекс-методом.

ІІ етап – обчислення інтервалу сталості оптимального розв‘язку.

На цьому етапі знаходять інтервал $\left(t_{н}, t_{в}\right) \subset \left[\alpha;\beta\right]$, для якого оптимальний розв‘язок, отриманий за допомогою процедур етапу 1 не змінюється. Знайдений інтервал виключають із $\left[\alpha;\beta\right]$, задають нове фіксоване значення для інтервалу і повторюють обчислення у відповідності з першим етапом. Розв'язок припиняється лише тоді, коли буде виконано розбиття всього відрізку $[\alpha;\beta]$ на інтервали сталості оптимального розв'язку.

Приклад 12.2. Визначити інтервали зміни параметра $t \in [0,8]$ і знайти значення змінних x_1, x_2, при яких лінійна функція

$$W_t = 4x_1 + (2+t)x_2$$

досягає максимуму в одній і тій самій вершині області допустимих розв'язків при виконанні системи обмежень:

$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 \le 10, \\ x_1 + x_2 \ge 5, \\ -x_1 + x_2 \le 4, \\ 4x_1 + 5x_2 \le 40, \quad x_{1,2} \ge 0. \end{cases}$$

❍ 1. Побудова області допустимих розв'язків (рис.12.2):

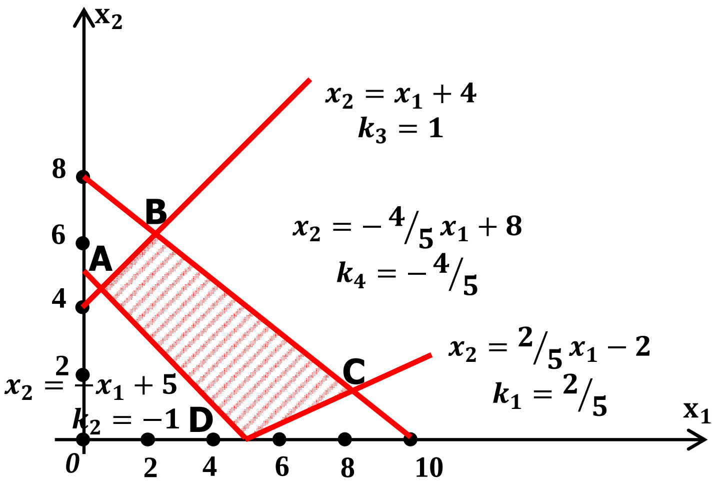

Рис. 12.2. Графічна ілюстрація побудови області допустимих розв'язків:

2. Побудова головної прямої (рис.12.3):

$$\begin{cases} W_t = 4x_1 + (2+t)\cdot x_2 \\ t \in [0,8] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = \left(-\dfrac{4}{t+2}\right)x_1 + \left(\dfrac{W}{t+2}\right) = k(t)\cdot x_1 + b(t) \\ t \in [0,8] \end{cases},$$

$$k(t) = -\frac{4}{t+2},\ b(t) = \frac{W_t}{t+2}.$$

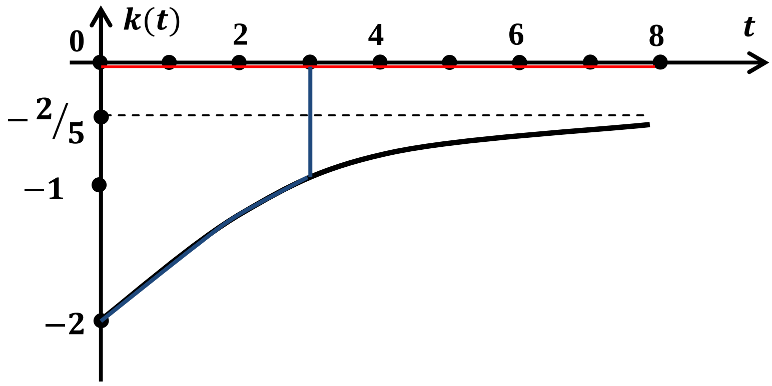

Рис. 12.1. Графік зміни кутового коефіцієнту головної прямої в залежності від зміни параметру t

Якщо $t \in [0,3)$, то $k(t) \in \left[-2,-\frac{4}{5}\right)$, $\hat{X} = X_C = \begin{bmatrix} x_{1_C} \\ x_{2_C} \end{bmatrix}$.

Знайдемо координати точки C:

$$\begin{cases} x_2 = -\frac{4}{5}x_1 + 8 \\ x_2 = \frac{2}{5}x_1 - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{25}{3} \\ x_2 = \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \hat{X}_C = \begin{bmatrix} 25/3 \\ 4/3 \end{bmatrix}$$

Якщо $t \in (3,8]$, то $k(t) \in \left(-\frac{4}{5},-\frac{2}{5}\right]$, $\hat{X} = X_B = \begin{bmatrix} x_{1_B} \\ x_{2_B} \end{bmatrix}$.

Знайдемо координати точки B:

$$\hat{X}_{\text{B}} = \begin{bmatrix} 20/9 \\ 56/9 \end{bmatrix}.$$

3. Відповідь:

1) $t \in [0,3) \rightarrow \hat{X}_C = \left[\frac{25}{3}; \frac{4}{3}\right]^{\text{T}}$;

2) $t \in (3,8] \rightarrow \hat{X}_B = \left[\frac{20}{9}; \frac{56}{9}\right]^{\text{T}}$;

3) $t = 3$, безліч розв'язків: $\hat{X} = \left[x_1 \in \left[\frac{20}{9};\frac{25}{3}\right], x_2 = -\frac{4}{5}x_1 + 8\right]^T$. ●

Приклад 12.3. Розв'язати графічним методом задачу параметричного програмування в задачі лінійного програмування

$$\begin{cases} W_t = tx_1 + (1+t)x_2 \to \max\limits_{\substack{x_{1,2}\ge 0 \\ t\in[1;7]}}; \\ -3x_1 + 4x_2 \le 11, \\ 4x_1 + x_2 \le 8. \end{cases}$$

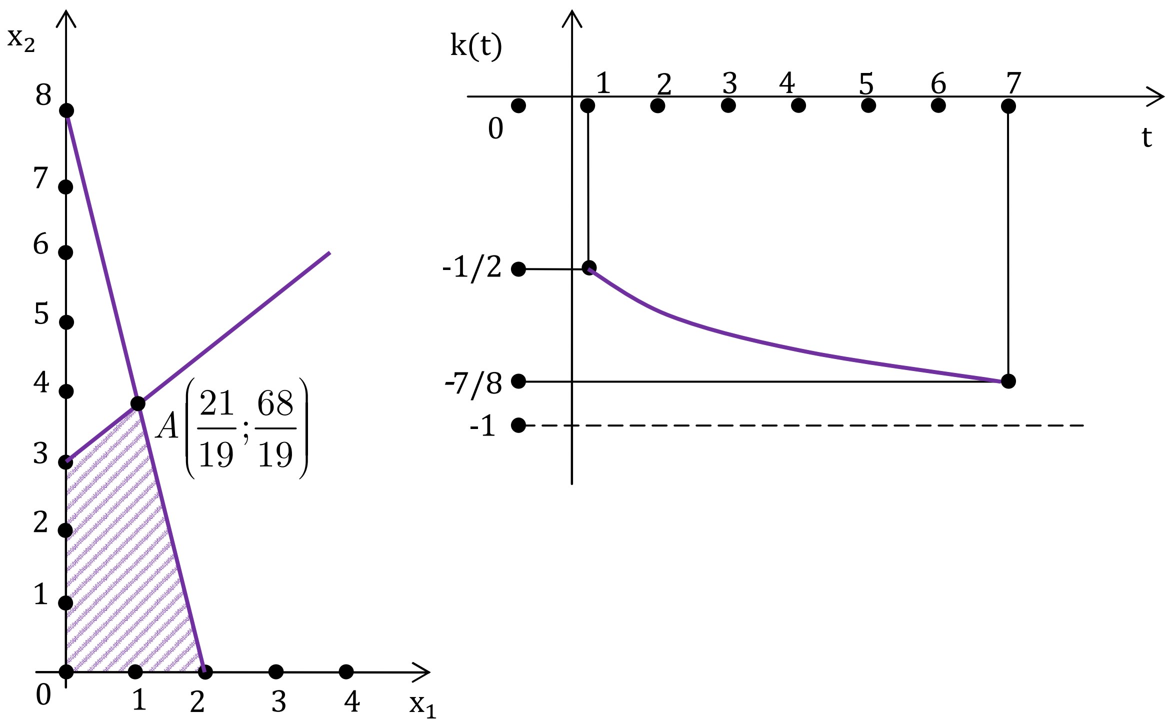

Рис. 12.4. Графічне розв’язання задачі параметричного програмування

Відповідь:

$$t \in [1;7] \to \hat{X}_A = \left[\frac{21}{19}; \frac{68}{19}\right]^{\mathrm{T}} \bullet.$$